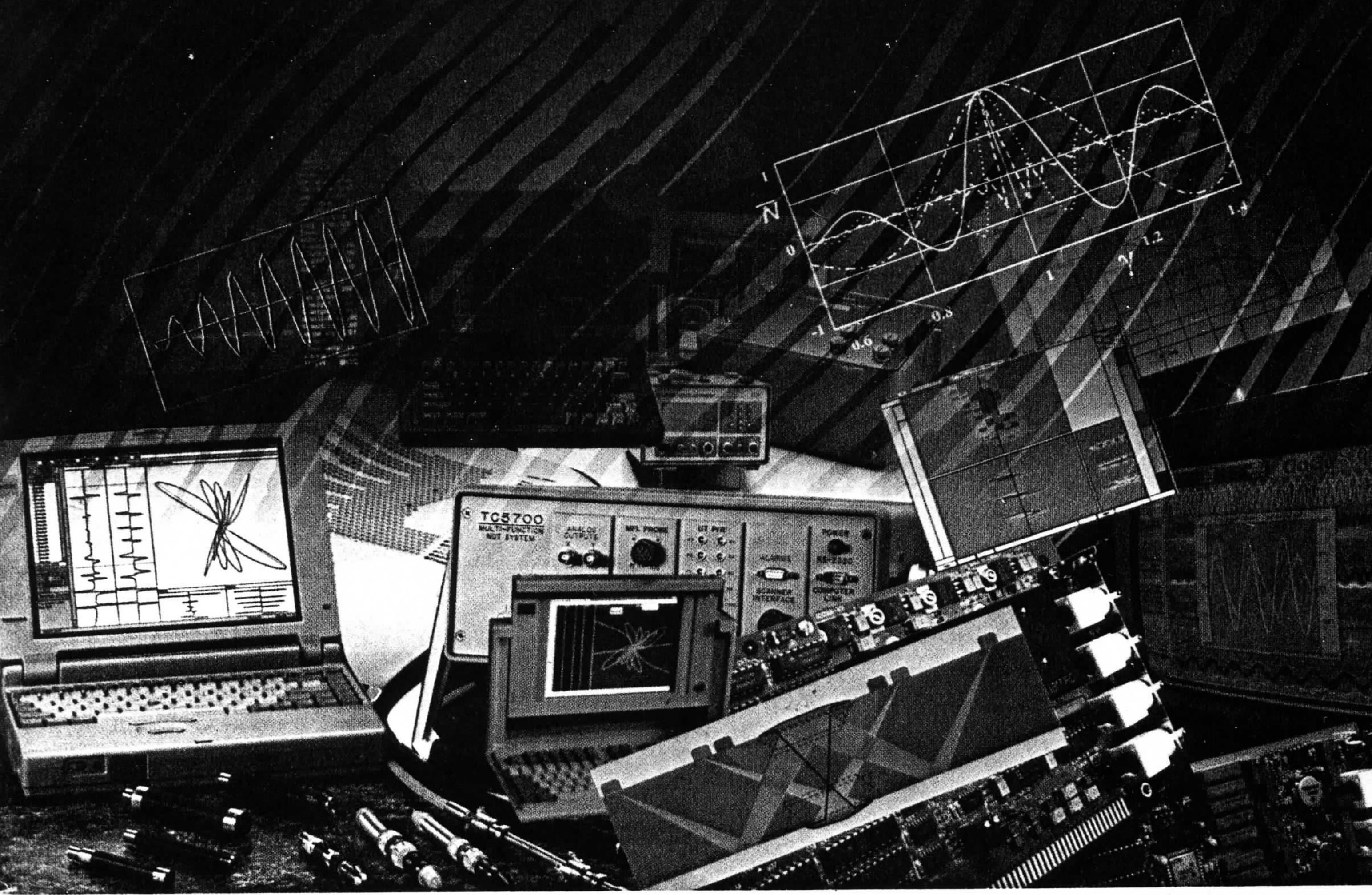
ЖУРНАЛ РОССИЙСКОГО ОБЩЕСТВА ПО НЕРАЗРУШАЮЩЕМУ КОНТРОЛЮ И ТЕХНИЧЕСКОЙ ДИАГНОСТИКЕ (РОНКТД)

Контроль. Диагностика

12 (18) 99

TESTING. DIAGNOSTICS



Ф.Ф. Дедус, *д-р техн. наук,* **А.Н. Панкратов, Ф.Ф. Дедус (младший)**
(Институт математических проблем биологии РАН, Пущино)

Диагностика сложных динамических объектов на основе обобщенного спектрально-аналитического метода

Предложен итерационный метод контроля и диагностики динамических систем общего вида. Уравнения диагностики строятся на основе интегральных характеристик сигналов. Метод может быть использован при построении специальных контролирующих систем, призванных работать в режиме реального времени.

The iterative method of testing and diagnostics of the dynamical system of a general type is proposed. The equations of diagnostics are built on the base of integral characteristics of signals. The method can be used for constructing special testing devices, which is to be working under real-time mode.

Введение

Создание методов контроля исправности и диагностики сложных динамических объектов на основе анализа их выходных динамических характеристик при воздействии на эти объекты тестовых или типовых рабочих сигналов является весьма актуальной и важной задачей. Специальный анализ динамических характеристик позволяет наиболее полно и объективно проконтролировать исправное состояние исследуемых объектов, а также установить, в большинстве случаев, причину и место неисправности.

Ранее предлагалось проводить такие анализы с применением функций чувствительности выходных процессов к изменению основных параметров, определяющих динамические свойства исследуемых объектов [1–7]. Используемые при этом функции чувствительности (особенно относительные функции чувствительности) позволяли определять области динамических характеристик, наиболее чувствительные (или нечувствительные) к отклонению того или иного параметра от номинального значения.

В процессе диагностики при подаче на вход динамического объекта определенного сигнала фиксировалось отклонение выходного процесса от номинального значения. Затем, с учетом известных отклонений и известных функций чувствительности, составлялись системы алгебраических уравнений, решение которых позволяло оценить относительные величины и знаки отклонений контролируемых параметров. Результаты такой диагностики были вполне удовлетворительные.

Однако даже небольшие шумы, которые неизбежно накладывались на анализируемый сигнал в процессе измерений, искажали результаты решений исходных систем уравнений, что приводило к снижению качества и достоверности диагностики. Поэтому рассматриваемая методика динамического контроля исправности сложных динамических объектов и их диагностики по выходным характеристикам не получила дальнейшего развития.

В статье предлагается новый подход к решению этой исключительно важной задачи на основе обобщенного спектрально-аналитического метода, который создан и успешно развивается в настоящее время при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (Проект № 94-01-00226 и Проект № 97-01-00526) сотрудниками Института математических проблем биологии РАН.

Обобщенный спектрально-аналитический метод относится к разряду комбинированных численно-аналитических методов обработки данных [8]. Он предусматривает сочетание цифровых расчетов с аналитическими преобразованиями и хорошо реализуется на современных ЭВМ.

При поступлении на вход ЭВМ анализируемых динамических сигналов или процессов в виде цифровых массивов, они описываются с заданной точностью аналитическими выражениями в виде отрезков ортогональных рядов на основе использования классических ортонормированных полиномов или функций. При этом реализуется условие: *обеспечивать заданную точность возможно более коротким отрезком ортогонального ряда.* Алгоритм аналитического описания данных включает несколько адаптивных процедур: выбор наиболее подходящего базиса для каждого входного сигнала, адаптацию ортогональных функций выбранного базиса к его длительности, вариацию глубины разложения для достижения заданной точности.

Учитывая, что форма аналитического представления входных сигналов всегда известна (отрезки ортогональных рядов), можно заранее в общем виде вывести необходимые аналитические зависимости для получения требуемых оценок или характеристик в процессе обработки сигналов. Выведенные формулы и соотношения вводятся в ЭВМ до начала расчетов программно или записываются в постоянное запоминающее устройство ЭВМ. При поступлении на вход ЭВМ цифровых массивов данных происходит последовательное разложение их в ортогональные ряды. Вычисленные конкретные коэффициенты разложения направляются в соответствующие ячейки памяти и по ним вычисляются требуемые оценки и характеристики. В этом случае ЭВМ освобождается от многократных расчетов одних и тех же массивов данных, что приводит к резкому уменьшению неучитываемых ошибок округления, также исключаются случаи счетной неустойчивости. Вся обработка данных осуществляется в "сжатом" виде в пространстве коэффициентов разложения, так как в них содержится вся информация о поступающих сигналах.

В задачах контроля и диагностики динамических объектов и систем применение указанного метода весьма полезно, так как при вычислении коэффициентов разложения выполняется процедура интегрирования, которая эффективно сглаживает помехи. При составлении уравнений диагностики вместо мгновенных значений сигналов, которые содержатся в традиционных уравнениях диагностики, здесь фигурируют коэффициенты разложений, представляющие собой интегральные оценки сигналов с определенными весами. В этом случае обусловленность систем уравнений диагностики существенно повышается.

Функции чувствительности

Чувствительностью *называют свойство динамической системы изменять свои динамические характеристики под влиянием изменения того или иного параметра, определяющего динамические свойства этой системы.* С математической точки зрения речь идет об исследовании функций вблизи некоторых номинальных значений параметров. Изложим общий подход на примере исследования следующей функции:

$$w(t,\ k,\ T,\ \xi) = \frac{k}{T\sqrt{1-\xi^2}}\,e^{-\xi\frac{t}{T}}\sin\left(\sqrt{1-\xi^2}\,\frac{t}{T}\right),$$

где $w(t)$ – весовая функция системы, которая описывает собственное движение линейной динамической системы, t – текущее время, k – коэффициент усиления (передачи) динамической системы, T – постоянная времени, ξ – коэффициент демпфирования.

Введем функции чувствительности сигнала к относительному изменению значений параметров. Например, следующая функция

$$w_k(t,\ k,\ T,\ \xi) = \frac{\partial w}{\partial k}(t,\ k,\ T,\ \xi) \times k = \frac{\partial w}{\partial \ln k}(t,\ k,\ T,\ \xi) \quad (1)$$

является функцией чувствительности выходного сигнала к изменению параметра k и представляет собой частную производную по параметру k, помноженную на номинальное значение этого параметра. Если исходная функция линейно зависит от параметра, как в случае параметра k, то, очевидно, $w_k \equiv w$.

Изменение функции в некоторой окрестности точки пространства параметров будет определяться значениями функций чувствительности в этой точке и (приближенно) линейно зависит от относительных приращений параметров

$$\Delta w \approx w_k\delta k + w_T\delta T + w_\xi\delta\xi. \quad (2)$$

Формула (2) получается удерживанием линейных членов в разложении функции $w(t)$ в ряд Тейлора по параметрам. В ней абсолютные отклонения функции

$$\Delta w = w(t,\ k,\ T,\ \xi) - w(t,\ k_0,\ T_0,\ \xi_0)$$

соответствуют относительным отклонениям параметров

$$\delta k = \frac{\Delta k}{k_0} = \frac{k-k_0}{k_0},$$

а функции чувствительности взяты при номинальных значениях параметров

$$w_k = w_k(t,\ k_0,\ T_0,\ \xi_0).$$

Постановка задачи диагностики. Пусть известны номинальные значения параметров и соответствующий им номинальный выходной сигнал. В общем предполагается, что задавая параметры из некоторого допустимого диапазона, можно снимать соответствующую им выходную характеристику. Другими словами, определено отображение

$$k,\ T,\ \xi \to w(t). \quad (3)$$

В процессе эксплуатации система на выходе дает сигнал $x(t)$, отличающийся от номинального. Необходимо определить: 1) каким значениям параметров соответствует этот сигнал? 2) как в процессе эксплуатации изменились начальные или номинальные значения параметров системы?

Приведем начальные соображения, касающиеся постановки задачи диагностики отклонений параметров. На рис. 1 изображены функции чувствительности при следующих номинальных значениях параметров $k_0 = 1{,}0$; $T_0 = 5{,}0$; $\xi_0 = 0{,}3$. Нули функции чувствительности являются точками, в которых исходная функция не зависит от данного параметра. Наоборот, максимальные по модулю отклонения функции чувствительности соответствуют точкам, в которых функция испытывает наибольшее влияние данного параметра. Множество нулей и точек экстремумов функций чувствительности представляет наиболее характерные отсчеты выходной характеристики при локальном изменении параметров. Однако построение диагностики на основе взятия отдельных отсчетов сигналов сталкивается с двумя трудностями:

1) эти отсчеты привязаны к конкретным значениям параметров и для других значений могут оказаться неоптимальными;
2) на значения функции в отсчетах могут накладываться помехи.

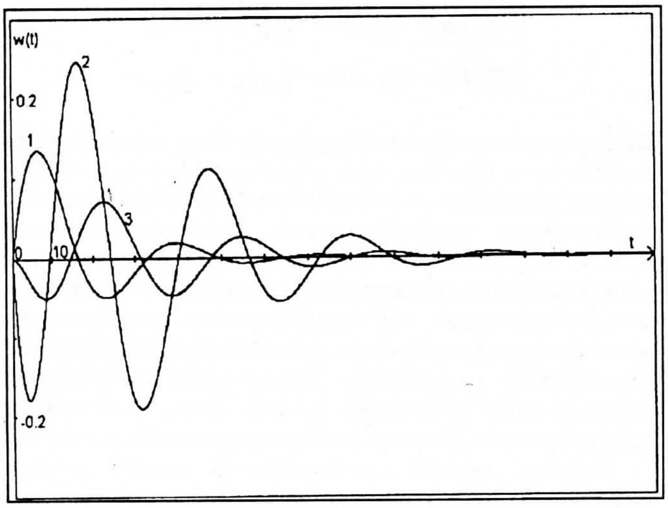


Рис. 1. Локальные функции чувствительности: $w_k(t) \equiv w(t)$, $w_T(t)$, $w_\xi(t)$ (кривые 1, 2, 3 соответственно)

Применение ортогональных разложений сигналов для построения диагностирующих систем, как будет показано ниже, лишено этих недостатков.

Адаптивное аналитическое представление сигналов. Рассмотрим аппроксимацию исходной функции в виде отрезка ортогонального ряда:

$$w(t,\ k,\ T,\ \xi) = \sum_{i=0}^{N} C_i(k,\ T,\ \xi;\ \alpha,\ m)\, l_i^{\alpha}(mt). \qquad (4)$$

В качестве системы ортогональных функций для описания устойчивых (затухающих) процессов удобно использовать функции Сонина – Лагерра, одно из аналитических представлений которых имеет вид [8]:

$$l_n^{\alpha}(t) = \frac{t^{-\alpha/2}e^{t/2}}{n!}\cdot\frac{d^n}{dt^n}\left(t^{\alpha+n}e^{-t}\right).$$

Функции Сонина – Лагерра ортогональны на полубесконечном интервале с единичным весом:

$$\left(l_i^{\alpha}(mt),\ l_j^{\alpha}(mt)\right) = \int_0^{\infty} l_i^{\alpha}(mt)\, l_j^{\alpha}(mt)\, dt = 0 \text{ при } i \neq j.$$

Базисные функции имеют параметр α, позволяющий менять форму кривых, и масштабный коэффициент m, позволяющий согласовывать базис с характерной длительностью сигнала. Строго говоря, параметры α и m выбираются так, чтобы следующий функционал,

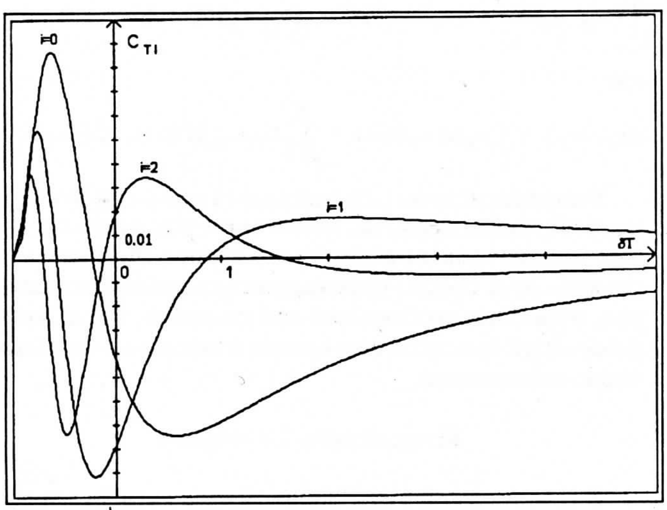


Рис. 2. Коэффициенты разложения C_{T0}, C_{T1}, C_{T2} в зависимости от относительного приращения параметра δT при номинальных значениях остальных параметров (см. в тексте)

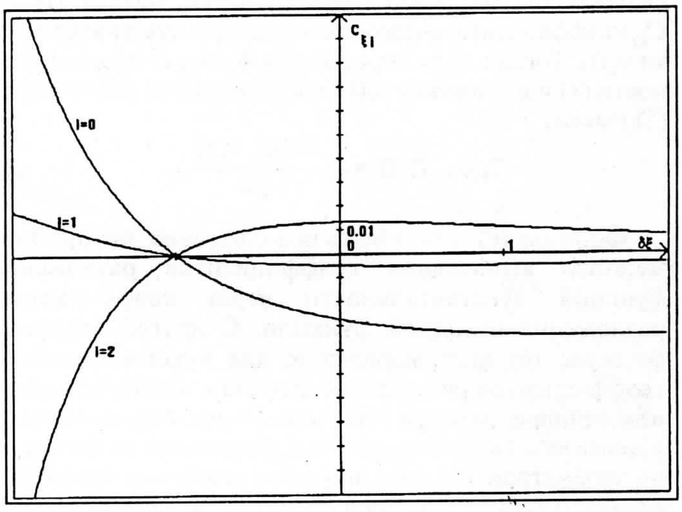


Рис. 3. Коэффициенты разложения $C_{\xi 0}$, $C_{\xi 1}$, $C_{\xi 2}$ в зависимости от относительного приращения параметра δξ при номинальных значениях остальных параметров

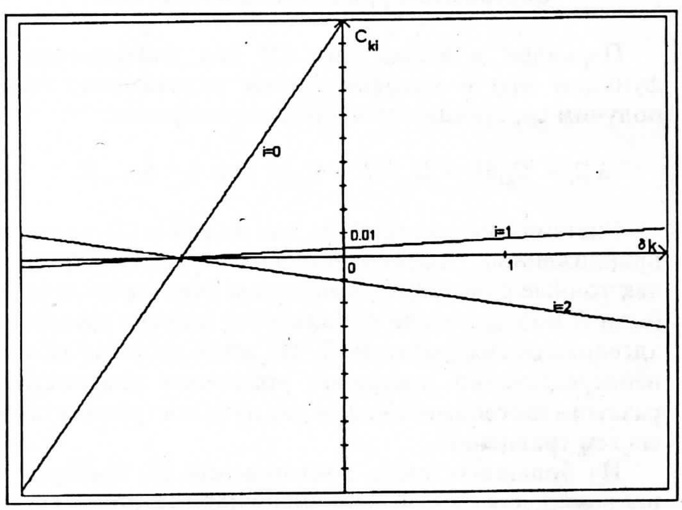


Рис. 4. Коэффициенты разложения C_{k0}, C_{k1}, C_{k2} в зависимости от относительного приращения параметра δk при номинальных значениях остальных параметров

представляющий относительное среднеквадратичное отклонение сигнала от его аналитического представления, принимал минимальное значение при заданном N:

$$I[\alpha,\ m] = \int_0^{\infty}\left(w(t) - \sum_{i=0}^{N} C_i l_i^{\alpha}(mt)\right)^2 dt \Big/ \int_0^{\infty}(w(t))^2 dt.$$

Подбор параметров базиса позволяет во многих случаях получить компактное аналитическое представление сигнала. Коэффициенты разложения находятся по известным формулам [8]:

$$C_i(k,\ T,\ \xi;\ \alpha,\ m) = \int_0^{\infty} w(t,\ k,\ T,\ \xi)\, l_i^{\alpha}(mt)\,dt \Big/ \left(l_i^{\alpha}(mt),\ l_i^{\alpha}(mt)\right). \quad (5)$$

Коэффициенты являются интегральными характеристиками сигнала, зависящими как от всех параметров системы, так, очевидно, и от параметров базиса. Пусть C_{ki} коэффициенты разложения функции чувствительности $w_k(t)$. Тогда в силу определения функций чувствительности (1) и выражения для коэффициентов разложения (5) имеем:

$$C_{ki}(k,\ T,\ \xi) = k\,\frac{\partial C_i(k,\ T,\ \xi)}{\partial k}. \quad (6)$$

Формула (6) может быть использована для приближенного вычисления коэффициентов разложения функций чувствительности через коэффициенты разложения исходной функции. С другой стороны, формула (6) дает выражение для чувствительности коэффициентов разложения сигнала к относительному изменению параметра k. На рис. 2 – рис. 4 представлены кривые чувствительности коэффициентов разложения по параметрам T, ξ и k в широком диапазоне изменения значений этих параметров. Отметим, что если значение параметра равно нулю (точка с абсциссой "– 1" на рис. 2–4), то эти функции обращаются в 0.

Составление уравнений диагностики

Перейдем в выражении (2) для дифференциала функции $w(t)$ к коэффициентам разложения, тогда получим следующие основные соотношения:

$$\Delta C_i \approx C_{ki}\delta k + C_{Ti}\delta T + C_{\xi i}\delta\xi \ \text{при}\ i = 0, \dots, N. \quad (7)$$

Система соотношений (7), так же как и (2), является приближенной. Если соотношения в (7) рассматривать как точные равенства, то получим переопределенную (если N больше числа параметров) систему линейных алгебраических уравнений. Из этой системы можно непосредственно построить уравнения диагностики разными способами. Укажем два пути построения таких систем уравнений.

Из большого числа соотношений (7) выберем 3, например, для $i = 0, 1, 2$ по числу параметров, и составим систему уравнений:

$$\begin{cases} C_{k0}\delta k + C_{T0}\delta T + C_{\xi 0}\delta\xi = \Delta C_0, \\ C_{k1}\delta k + C_{T1}\delta T + C_{\xi 1}\delta\xi = \Delta C_1, \\ C_{k2}\delta k + C_{T2}\delta T + C_{\xi 2}\delta\xi = \Delta C_2. \end{cases} \quad (8)$$

Выбор надлежащего числа уравнений из переопределенной системы (7) позволяет решать задачу определения оценки изменения значений параметров при известных отклонениях коэффициентов. Необходимо подчеркнуть, что при этом учитываются лишь несколько коэффициентов (в нашем случае три), что может быть как достоинством, так и недостатком. Формулировка точного критерия выбора уравнений из совокупности (7) остается за рамками данной работы. Очевидно, система этих уравнений должна быть максимально обусловлена в некотором определенном смысле.

Укажем другой проекционный способ решения системы (7), при котором учитывается произвольное число коэффициентов. Рассмотрим функционал отклонения функции w от ее приближения линейной комбинацией функций чувствительности

$$F[\delta k,\ \delta T,\ \delta\xi] = \int_0^{\infty}(w_k\delta k + w_T\delta T + w_\xi\delta\xi - \Delta w_i)^2 dt. \quad (9)$$

Вариацией функционала, квадратичного по параметрам, мы получим три линейных уравнения для определения искомых приращений параметров

$$\frac{\partial F}{\partial\delta k} = \frac{\partial F}{\partial\delta T} = \frac{\partial F}{\partial\delta\xi} = 0,$$

а именно,

$$\begin{cases} (w_k,\ w_k)\delta k + (w_T,\ w_k)\delta T + (w_\xi,\ w_k)\delta\xi = (\Delta w,\ w_k), \\ (w_k,\ w_T)\delta k + (w_T,\ w_T)\delta T + (w_\xi,\ w_T)\delta\xi = (\Delta w,\ w_T), \\ (w_k,\ w_\xi)\delta k + (w_T,\ w_\xi)\delta T + (w_\xi,\ w_\xi)\delta\xi = (\Delta w,\ w_\xi), \end{cases} \quad (10)$$

где

$$(w_k,\ w_T) = \int_0^{\infty} w_k(t) w_T(t)\,dt = \sum_{i=0}^{N} C_{ki}C_{Ti}\left(l_i^{\alpha}(mt),\ l_i^{\alpha}(mt)\right). \quad (11)$$

Решение системы (10) доставляет минимум функционалу (9), таким образом, полученное решение отклонения параметров оптимально в строго определенном смысле. Этот способ нахождения отклонений параметров, очевидно, необходимо использовать, когда число доминирующих коэффициентов намного превосходит число параметров.

Итерационный алгоритм

В соответствии с постановкой задачи (3) и выписанными системами уравнений диагностики (8) и (10) *можно предложить следующую методику определения* *неизвестных значений параметров контролируемого сигнала* $x(t)$:

1) установить номинальные (предполагаемые) значения параметров;
2) вычислить коэффициенты разложения тестируемого сигнала $x(t)$;
3) вычислить коэффициенты разложения функции $w(t)$, заданной отображением (3), и ее функций чувствительности для текущих значений параметров, используя при необходимости соотношение (6);
4) вычислить разности коэффициентов разложения контролируемого сигнала $x(t)$ и модельного сигнала $w(t)$;
5) вычислить скалярные произведения, необходимые для составления системы (10) по формулам (11) через коэффициенты разложения;
6) найти отклонения параметров, разрешая линейную систему (8) или (10);
7) скорректировать значения параметров и при необходимости повторить обработку, начиная с п. 3 .

Таким образом, определен итерационный процесс, на каждом шаге которого происходит составление системы (8) или (10), и последующее решение этой системы. Итерационный процесс заключается в циклическом выполнении с п. 3 и п. 7. Сходимость алгоритма зависит от выбора начального приближения в п. 1. В случае сходимости, определяемые из систем (8) или (10) смещения параметров уменьшаются от шага к шагу. Сходимость процесса можно контролировать по величине функционала ошибки (9) или нормы отклонения контролируемого сигнала от модельного. Если в ходе процесса дальнейшего уменьшения абсолютных величин смещений или функционала ошибки не происходит, то текущие значения параметров необходимо принять за оценочные с соответствующими относительными погрешностями.

Оценка отклонений параметров в итерационном режиме

Номер итерации	K_0	T_0	ξ_0
	δk	δT	$\delta \xi$
1	1,0	5,0	0,3
	0,100882	0,092999	0,185726
2	1,100882	5,464993	0,355718
	– 0,004912	0,016188	– 0,073033
3	1,095474	5,553460	0,329739
	0,000238	– 0,000593	0,002548

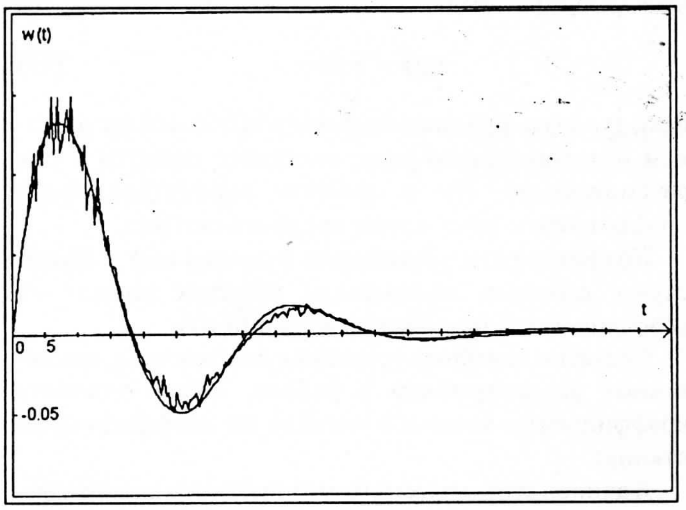


Рис. 5. Контролируемый зашумленный сигнал (10 %-ный гауссовый шум) и результат его восстановления после итерационного уточнения параметров

В таблице представлен пример итерационного процесса. Номинальные значения параметров: $k = 1{,}0$; $T = 5{,}0$; $\xi = 0{,}3$. Зададим отклонения значений параметров: $\delta k = 0{,}1$; $\delta T = 0{,}1$; $\delta\xi = 0{,}1$. Таким образом, реальные значения параметров, которые должны быть оценены в ходе итерационного процесса: $k = 1{,}1$; $T = 5{,}5$; $\xi = 0{,}33$. В качестве контролируемого сигнала принималась функция с этими значениями для параметров и наложенным гауссовым шумом, составляющим 10 % от величины сигнала. Все сигналы раскладывались по базису Сонина – Лагерра с параметром $\alpha = 3{,}28$ и масштабным множителем $m = 0{,}63$. В таблице для каждой итерации приведены начальные приближения и вычисленные согласно системе (8) отклонения для значений параметров. За три итерации достигается предельная точность в определении действительных значений параметров. Конечные ошибки, составляющие всего доли процента от номинальных значений параметров, обусловлены наличием больших по уровню шумов в контролируемом сигнале. Это свидетельствует о высокой обусловленности и помехоустойчивости применяемого метода.

Заключительные замечания

В рассмотренном в статье примере пространство параметров конечномерно, а выходная функция распределена на некотором промежутке, т.е. принадлежит бесконечному пространству. Ортогональные разложения позволяют вернуть задачу в конечномерное пространство, рассматривая несколько коэффициентов разложения, наиболее полно характеризующих отображение (3). Этот подход можно легко применить и в случае более общей функциональной связи. Предположим, что выходная функция является результатом воздействия на систему входного сигнала, также непрерывно распределенного на некотором промежутке

$$v(t) \to w(t). \tag{12}$$

Если входную функцию-параметр $v(t)$ заменить отрезком ортогонального ряда, то задача сведется к уже рассмотренной, где в качестве параметров будут коэффициенты разложения входного сигнала.

Коэффициенты разложения функции $w(t)$ в общем случае сложным нелинейным образом зависят от коэффициентов разложения функции $v(t)$.

Составив линейные уравнения диагностики, аналогичные рассмотренным в работе, можно уточнять коэффициенты входного сигнала по коэффициентам отклика.

В данной статье рассматривался пример аналитически заданного отображения вида (3). Однако способ, которым задается отображение (3) или (12), несущественен.

Существенным требованием алгоритма, предложенного в работе, является наличие начального приближения к значениям параметров, достаточного для сходимости итерационного процесса. Формула (2) предполагает линейную связь между изменениями параметров и выходных характеристик системы. Для сложных динамических объектов с большим числом параметров формула (2) может удовлетворительно описывать изменение процесса лишь при небольших отклонениях в значениях параметров. Это является основным ограничением данного подхода, поскольку применяемый метод является методом малого параметра. Однако для определенного класса систем это требование не является обременительным.

Рассмотрим, например, систему контроля и диагностики, работающую в реальном времени. Система предназначена отслеживать постепенное в течение времени изменение параметров процесса по выходным характеристикам. Если вдруг за короткое время произошло скачкообразное изменение значения какого-либо параметра, тогда система, построенная на основе описанного алгоритма, может дать сбой – итерационный процесс разойдется. Однако если характерное время изменения параметров больше времени, затрачиваемого на получение оценок отклонений, то система будет успевать отслеживать смещения параметров по мере того, как они развиваются.

В заключение отметим основные свойства предлагаемого метода контроля и диагностики сложных динамических объектов:

1) универсальный математический аппарат позволяет оптимизировать процесс контроля и диагностики, проводимый в реальных условиях, с помощью ЭВМ;
2) применение адаптивных интегральных преобразований позволяет свести к минимуму влияние шумов на качество тестирования и диагностики;
3) метод малого параметра, применяемый многократно, позволяет с высокой точностью отслеживать постепенное изменение значений параметров в реальном времени.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Быховский М.Л.** Основы динамической точности электрических и механических цепей. М.: АН СССР, 1958.

2. **Быховский М.Л.** Чувствительность и динамическая точность систем управления // Изв. АН СССР. Техническая кибернетика, 1964, № 6.

3. **Кокотович П.В., Рутман Р.С.** Чувствительность систем автоматического управления: Обзор // Автоматика и телемеханика, 1965, Т. 26, № 4.

4. **Воронов А.А.** Основы теории автоматического управления. Ч. 2. Л.: Энергия, 1966.

5. **Кузьмин И.В.** Проектирование телемеханических систем контроля и управления. Харьков: ХВКИУ, 1964.

6. **Кузьмин И.В.** Оценка эффективности автоматических систем контроля и управления. Харьков: ХВКИУ, 1964.

7. **Дедус Ф.Ф., Воронцов В.Б.** Диагностика непрерывных систем с использованием ортогональных фильтров. Тр. 1-го Всесоюзного совещания по технической диагностике. М.: Наука, 1972. С. 103–108.

8. **Дедус А.Ф., Дедус Ф.Ф., Махортых С.А., Устинин М.Н.** Обобщенный спектрально-аналитический метод в задачах управления, навигации и распознавания образов (учебное пособие). Ч. 1. Серпухов: 1998.

Дедус Флоренц Федорович – *д-р техн. наук, главный научный сотрудник ИМПБ РАН.*
Контактный телефон: **8(027) 73-24-08**

Панкратов Антон Николаевич, *м.н.с. ИМПБ РАН*

Дедус Федор Флоренцович, *м.н.с. ИМПБ РАН*