О ВЫЧИСЛЕНИИ ПРОИЗВОДНЫХ ПРИ РАВНОМЕРНОМ И СРЕДНЕКВАДРАТИЧНОМ ПРИБЛИЖЕНИИ СИГНАЛОВ

Панкратов А.Н., Куликова Л.И.
Институт математических проблем биологии РАН, г.Пущино

Панкратов А.Н.
Куликова Л.И.
Институт математических проблем биологии РАН, Пущино

Существует большое количество работ, где, решая поставленную задачу, авторы пишут о том, как избежать вычисления производных. Это связано с множеством причин, среди которых, например, точность полученных массивов данных, уровень шума, наложенного на чистый сигнал, и, в конце концов, просто форма исследуемого сигнала. Бывают случаи, когда приходится иметь дело с кривой, производную от которой вычислить непросто. Если обрабатываемый сигнал является приближенным, задача вычисления производной может стать некорректной. Задача нахождения производной n-го порядка от функции $f(x)$ сводится к решению интегрального уравнения типа:

$$\int_0^x \frac{1}{(n-1)!}(x-\tau)^{n-1} y(\tau)d\tau = f(x),$$

здесь $y(x)$ - производная функции $f(x)$. Эта задача не обладает свойством устойчивости [1], что приводит к затруднениям при приближенном вычислении производных.

Из теоремы Вейерштрасса о равномерном приближении функций тригонометрическими многочленами и теоремы Фейера [2] о получении такого аппроксимирующего многочлена было сделано заключение о том, что предлагается метод, помогающий избежать явления Гиббса. С нашей стороны, было выдвинуто предположение о возможности применения теоремы Фейера с целью борьбы с эффектом Гиббса на случай, когда находится спектральное разложение исследуемого сигнала классическими ортогональными полиномами [3]. В качестве примера взяли ступенчатую функцию.

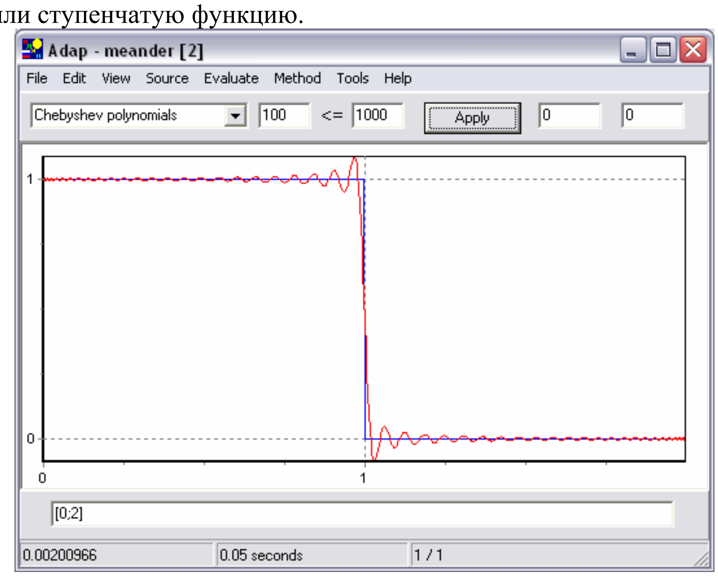

Рис.1. Аппроксимация ступенчатой функции полиномами Чебышева (глубина аппроксимации равна 100.

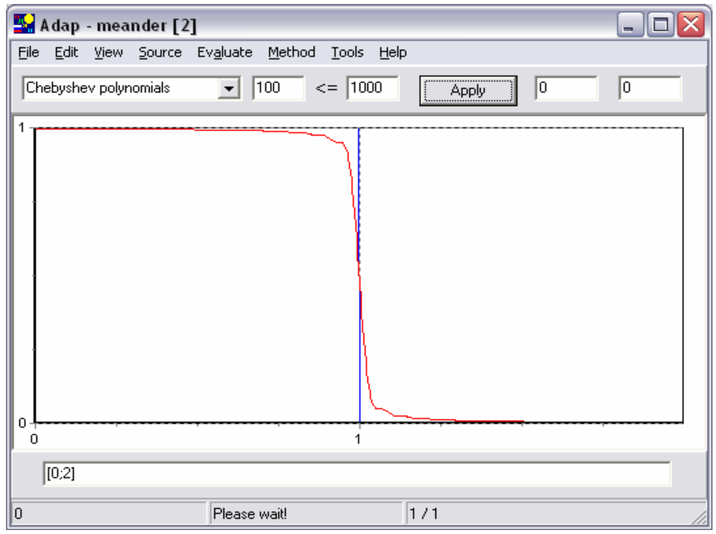

Рис.2. Результат применения теоремы Фейера об усреднении частных сумм

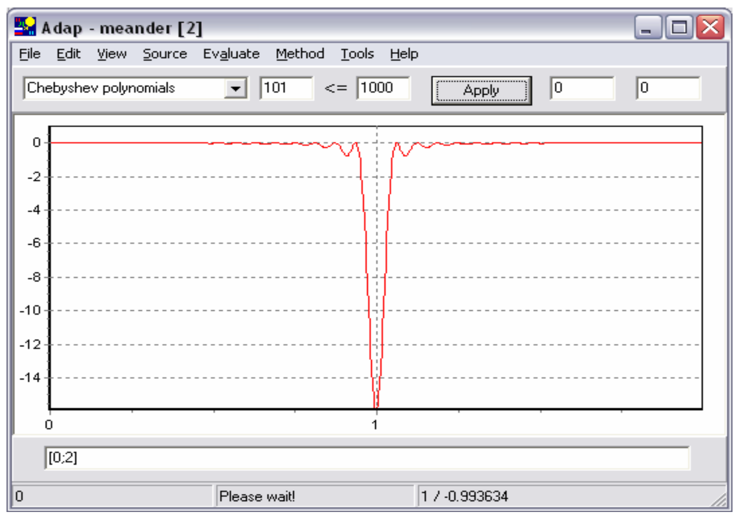

Рис.3. Первая производная функции после усреднения.

Рисунок 3 является иллюстрацией того, что в данном случае аппроксимация с помощью сумм Фейера помогла избежать явления Гиббса.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проекты 04-02-17368, 04-01-00756, а также Фонда содействия отечественной науке.

Литература

1. *Тихонов А.Н., Арсенин В.Я.* Методы решения некорректных задач // М.: «Наука», 1974, 224 с.
2. *Курант Р., Гильберт Д.* Методы математической физики. // М.: «Государственное издательство технико-теоретической литературы», 1951, 476 с.
3. *Дедус Ф.Ф., Махортых С.А., Устинин М.Н., .Дедус А.Ф.* Обобщенный спектрально – аналитический метод обработки информационных массивов. Задачи анализа изображений и распознавания образов. // М.: «Машиностроение», 1999, 357 с.